

# 知 恵 の 輪

—多 連 環—

小 林 茂 広

## まえがき

文部省の新学習指導要領にあり自由裁量の授業試案として「考える遊び」を提唱し、知恵の板・知恵の棒・知恵の駒などの再開発を進めているが、知恵遊びの主役はなんと言っても知恵の輪であろう。おそまきながら、チャイニーズ・リングの名で古くから知られている代表的な知恵の輪、多連環を取上げることにする。これは市販品を入手するまでもなく、容易に自作できる。一般に、学校教育に広く利用できるためには、既刊のシリーズでも述べたように、教材の具備条件として、

- 1 容易に作ることができ、また、購入も可能であり、
  - 2 同種であるが、解法の易しいもの、難しいもの、いろいろと取り揃えておき、学童の能力に応じた適当な難しさ、あるいは易しさのものを与えて試みさせる。容易に解けた子どもにはより難しいものを、できない子どもにはより易しいものを次の段階で与えられること、
  - 3 偶然に解けることもあるが、意識してよく構造を観察し、合理的・科学的に思考し、試行すれば、しくみが理解でき、解法に到達できるもの、
  - 4 解法を洗練して、最少手数で解く努力目標があるもの、
  - 5 さらに発達・応用の余地があるもの、
- などが望ましい。多連環はこれらの条件をよくそなえているもののひとつである。

もっとも基本的な多連環を図示する。図1の(a)はひとつの足つき輪であり、(b)は3個の足つき輪を直列的に環の中へ足を通して台に立てた基本3連環である。そして、もっとも短い足は輪にしたひもの穴を通して立っている。このひ

もを3連環からはずして取る問題である。はずしたひもは再び始めのように入れる。足つきの輪は曲げ易い細い針金で作り、台は木でなくても発泡スチロール塊で充分である。

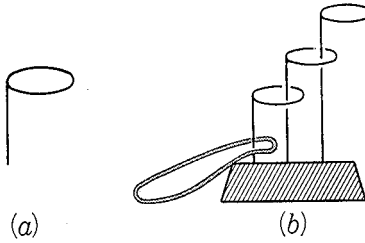


図1 足つき輪(a)と基本3連環(b)

1. 基本2連環

述べるほどでもないが、記号の説明をかねておく。(図2(a)参照)

2個の足つき輪をA, Bとする。正確にはA, Bは足であり、輪をa, bとして区別する。まず、Bを輪ひもSに通して台に立て、その輪bにAを通して立てる。これが基本2連環の始めの状態であって、SがBを包んでいることを示して  $\overline{B}$  と書く。

ひもをはずすには、ひもを左に引いた図2の(a)の状態のひもの

- 1 右端をbの穴に下から上へ通し(↑b),
- 2 時計の針と同じ右回りさせてaを包みこむ $\hat{a}$ 。このとき、ひもはBを包み、bを通り、Aを包んだ状態で  $\overline{\dot{B}A}$  と書く。
- 3 ひもの左端を左に引くと、ひもの右端はbの穴を上から下へぬける(b↓)。そして、ひもは  $\overline{BA}$  の状態となる。ひも全体を少し上へあげると  $\overline{A}$  の状態となり、更にあげると2連環からはずれてしまう。

Bのドット・はひもが輪bの穴を通過していることを表わし、(b↓)の↓はひもの左端を左に引くと、それにつれて自動的にひもの右端が穴bの、足Aより右の部分を上から下へぬけることを意味している。これに対し、(↑b)はひもの右端を穴bの、足Aより左の部分を下から上へ通すのである。

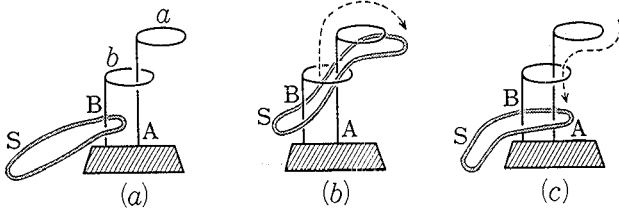


図2 基本2連環(a)のひもSのとり方

$$(a) \text{の } \boxed{B} \rightarrow (b) \text{の } \boxed{\overset{\cdot}{B}A} \rightarrow (c) \text{の } \boxed{BA}$$

基本2連環のひものはずし方を表1にまとめておく。

表1 基本2連環のひものとり方

手 順	ひ も の 操 作	穴 b	穴 a	状 態
0	ひもを左へ引いた始めの状態			$\boxed{B}$
1	ひもの右端を	$\uparrow$	$\curvearrowright$	$\boxed{\overset{\cdot}{B}A}$
2	ひもの左端を左へ引いて	$\downarrow$		$\boxed{BA}$

(数字は順序を示す)

手順の番号は2段階を意味しているが、2連環のひもをはずすには、ひもが輪の穴bを上下に2度通過する必要がある。また、容易に実現できる状態  $\boxed{\overset{\cdot}{B}A}$  からは穴aとbをそれぞれ1度ずつ上から下へ通すとはずせる。

はずしたひもの入れ方は、表1を全く逆の順序で行えばよい。すなわち、まず、ひもを2連環にかけて  $\boxed{BA}$  とし、右端を  $(b\uparrow)$ 、 $\curvearrowright$  して、左端を左に引くと  $(\downarrow b)$  となって  $\boxed{B}$  となる。とり方の表1との違いは矢印の矢のつき方が反対の方向であり、 $\uparrow$ は $\downarrow$ に、 $\downarrow$ は $\uparrow$ にと実線と点線がいれ変っただけである。もちろん、ひもの右端の操作の順序を示す番号1、2も逆の2、1の順序にする。

なお、 $\boxed{BA}$  の状態において、ひもの右端を穴aに下から上へ通すと  $\boxed{\overset{\cdot}{B}A}$  となり、後述するように、チャイニーズ・リングでは通例、ひもがすべての輪をつらぬき通った状態から始めて、ひもをはずすのである。そして、ひもではな

く、金属製の細長い輪の、いわゆる竿が用いられる。

2. 基本3連環

基本3連環は図1の(b)に示されており、短い足から長い足の順序にC, B, Aと名づけ、輪もc, b, aとする。ひものはずし方は表2の順序で行う。

表2 基本3連環のひものとり方

手順	ひもの操作	穴			状態
		c	b	a	
0	ひもを左へ引いた始めの状態				$\boxed{C}$
1	ひもの右端をcに通し、大きく右回りさせ	$\uparrow_1$		$\curvearrowright_2$	$\boxed{CBA}$
2	つづいて		$\uparrow_3$	$\curvearrowleft_1$	$\boxed{CB}$
3	ひもを左へ引いて	$\downarrow_2$	$\downarrow_1$		$\boxed{CB}$
4	ひもの右端を		$\uparrow_1$	$\curvearrowright_2$	$\boxed{CBA}$
5	ひもを左へ引くと		$\downarrow$		$\boxed{CBA}$

〔注意〕手順の4, 5は表1の手順1, 2と同じである。

ひもの右端を操作したり、左端を引いたり4段階の手数であるが、ひもがとれる途に輪の穴b, cを上下に通過する回数は合計6度である。チェーンズ・リングの始めの状態  $\boxed{\overset{\cdot}{C}\overset{\cdot}{B}\overset{\cdot}{A}}$  からは、まず穴aを通して  $\boxed{\overset{\cdot}{C}\overset{\cdot}{B}A}$  とし、 $\curvearrowright$  ( $\downarrow b$ )( $c\downarrow$ )の操作で  $\boxed{CB}$  としたうえで上記の4, 5の手順でひもをはずすので、合計5度の穴通しである。チェーンズ・3リングの解き方の最少手数は5手といわれるゆえんである。

はずしたひもの入れ方は、表2の順序を完全に逆にすればよい。完全にという意味は基本の2連環で説明した通りで、順序だけでなく矢印の向きや実線・点線も反対にする。

3. 4 連環

基本 4 連環の解き方を表 3 に示す。

表 3 基本 4 連環のひものとり方

手順	ひもの操作	穴				状態	
		d	c	b	a		
0	ひもを左へ引いた始めの状態					$\boxed{D}$	
1	ひもの右端を d に通し、大きく右回りさせ	$\uparrow_1$			$\curvearrowright_2$	$\boxed{\dot{D}CBA}$	
2	つづいて			$\uparrow_1$	$\curvearrowright_2$	$\boxed{\dot{D}C\dot{B}}$	
3	ひもを左へ引いて			$\downarrow$		$\boxed{\dot{D}CB}$	
4	ひもの右端を		$\uparrow_1$	$\uparrow_2$	$\curvearrowright_3$	$\boxed{\dot{D}C\dot{B}A}$	
5	ひもを左へ引いて			$\downarrow$		$\boxed{\dot{D}CBA}$	
6	ひもの右端を				$\curvearrowleft$	$\boxed{\dot{D}\dot{C}}$	
7	ひもを左へ引いて	$\downarrow_2$	$\downarrow_1$			$\boxed{DC}$	
8~12	表 2 の手順 1~5 の操作		$\uparrow_1$	$\downarrow_6$	$\downarrow_5 \uparrow_7 \uparrow_8 \downarrow_9$	$\curvearrowright_2 \curvearrowleft_1 \curvearrowright_8$	$\boxed{DCBA}$

〔注意〕貫通状態の  $\boxed{\dot{D}CBA}$  は手順第 4 段階より操作(a $\uparrow$ )で得られる。

全く反対の操作でひも入れができる。

基本 4 連環の形と構造を変えた応用 4 連環ともいうべきものが図 3 (1)~(6) である。すべて表 3 の解法が通用する。

4. 多連環

4 連環に輪を追加して 5 連環、6 連環などの多連環を作ることができる。それぞれの解法を表 4~7 に示す。

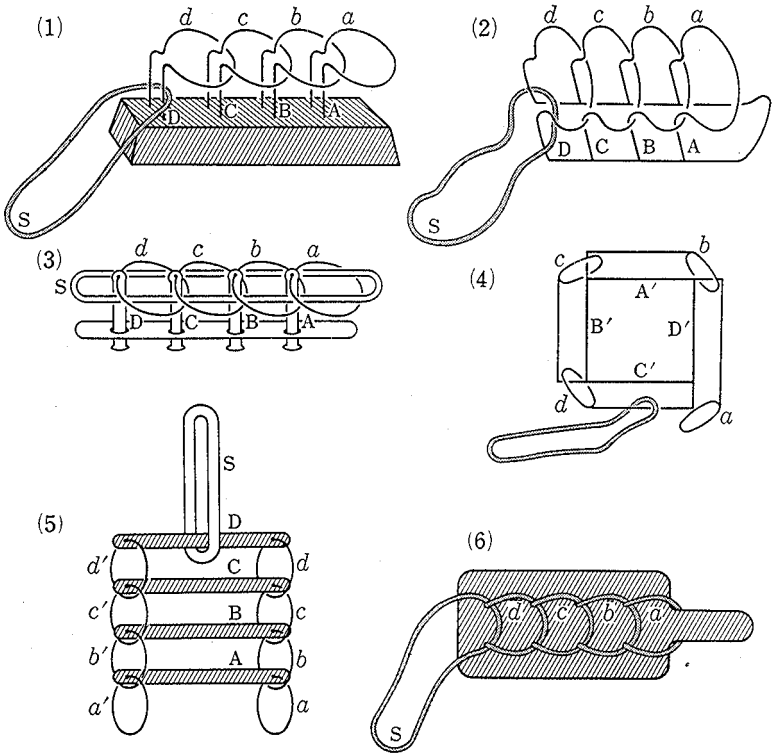


図3 各種4連環

(1) 二本足の4連環 (2) テンヨーのジュニア・エレクトロ・パズル2 (3) チャイニーズリング (4) テンヨーのジュニア・エレクトロ・パズル3 (5) 輪は8個だが、4連環である (6) 輪もひももできている4連環で(1)の変形である

表4 基本5連環のひものとり方

手順	ひもの操作	穴					状態
		e	d	c	b	a	
0	左端を左へ引く						E
1	右端を	↑ <sub>1</sub>				↶ <sub>2</sub>	ĖDCBA
2	左端を左へ引いたうえ、つづいて右端を				↑ <sub>1</sub>	↶ <sub>2</sub>	ĖDCB̄
3	左端を左へ引く				↓		ĖDCB
4	右端を			↑ <sub>1</sub>	↑ <sub>2</sub>	↷ <sub>3</sub>	ĖDC̄BA
5	左端を左へ引く				↓		ĖDC̄BA
6	右端を					↷	ĖDC̄
7	左端を左へ引く			↓			ĖDC̄
8	右端を		↑ <sub>1</sub>	↑ <sub>2</sub>		↷ <sub>3</sub>	ĖDC̄BA
9	左端を左へ引いたうえ、つづいて右端を				↑ <sub>1</sub>	↶ <sub>2</sub>	ĖDC̄B̄
10	左端を左へ引く			↓ <sub>2</sub>	↓ <sub>1</sub>		ĖDC̄B
11	右端を				↑ <sub>1</sub>	↶ <sub>2</sub>	ĖDC̄BA
12	左端を左へ引く				↓		ĖDC̄BA
13	右端を					↷	ĖD̄
14	左端を左へ引く	↓ <sub>2</sub>	↓ <sub>1</sub>				ED
15~26	表3の1~12(または表5の37~46)の操作	省 略					EDCBA

[注意] 貫通状態 ĖDC̄BĀ は手順第8段階より操作(b↑)(a↑)で得られる。   略記

表5 基本6進環のひものとり方

手 順	ひもの 操 作	輪 の 穴						状 態
		f	e	d	c	b	a	
0	左端を左へ							F
1	右端を	↑				↑ <sub>3</sub>	↻ <sub>2</sub> ↻ <sub>1</sub>	FĒDCB̄
2	左端を左へ					↓		FĒDCB
3	右端を				↑ <sub>1</sub>	↑ <sub>2</sub>	↻ <sub>3</sub>	FĒDC̄BA
4	左端を左へ					↓		FĒDC̄BA
5	右端を						↻	FĒDC̄
6	左端を左へ					↓		FĒDC
7	右端を			↑ <sub>1</sub>	↑ <sub>2</sub>	↑ <sub>4</sub>	↻ <sub>3</sub> ↻ <sub>5</sub>	FĒC̄DB̄
8	左端を左へ				↓ <sub>2</sub>	↓ <sub>1</sub>		FĒC̄DB
9	右端を					↑ <sub>1</sub>	↻ <sub>2</sub>	FĒC̄DB̄A
10	左端を左へ					↓		FĒC̄DBA
11	右端を						↻ <sub>1</sub>	FĒD̄
12	左端を左へ			↓				FĒD̄
13	右端を		↑ <sub>1</sub>	↑ <sub>2</sub>		↑ <sub>4</sub>	↻ <sub>3</sub> ↻ <sub>5</sub>	FĒD̄C̄B̄
14	左端を左へ					↓		FĒD̄C̄B
15	右端を				↑ <sub>1</sub>	↑ <sub>2</sub>	↻ <sub>3</sub>	FĒD̄C̄B̄A
16	左端を左へ					↓		FĒD̄C̄B̄A
17	右端を						↻	FĒD̄C̄
18	左端を左へ			↓ <sub>2</sub>	↓ <sub>1</sub>			FĒD̄C
19	右端を				↑ <sub>1</sub>	↑ <sub>3</sub>	↻ <sub>2</sub> ↻ <sub>1</sub>	FĒD̄C̄B̄
20	左端を左へ				↓ <sub>2</sub>	↓ <sub>1</sub>		FĒD̄C̄B
21	右端を					↑ <sub>1</sub>	↻ <sub>2</sub>	FĒD̄C̄B̄A
22	左端を左へ					↓		FĒD̄C̄B̄A
23	右端を						↻	FĒD̄
24	左端を左へ	↓ <sub>2</sub>	↓ <sub>1</sub>					FĒD̄
25	右端を		↑ <sub>1</sub>			↑ <sub>3</sub>	↻ <sub>2</sub> ↻ <sub>1</sub>	FĒD̄C̄B̄
26	左端を左へ					↓		FĒD̄C̄B
27	右端を				↑ <sub>1</sub>	↑ <sub>2</sub>	↻ <sub>3</sub>	FĒD̄C̄B̄A
28	左端を左へ					↓		FĒD̄C̄B̄A

□ 略記



表5 つづき

手 順	ひもの 操 作	輪 の 穴						状 態
		f	e	d	c	b	a	
29	右端を						↶	FÉDCĊ
30	左端を左へ				↓			FÉDC
31	右端を			↑ 2		↑ 4	↷ 3 ↷ 5	FÉDCĊB
32	左端を左へ				↓ 2	↓		FÉDCB
33	右端を					↑ 1	↷ 2	FÉDCĊBA
34	左端を左へ					↓		FÉDCBA
35	右端を						↶	FÉD
36	左端を左へ		↓ 2	↓ 1				FED
37	右端を			↑ 1		↑ 3	↷ 2 ↷ 1	FÉDCĊB
38	左端を左へ					↓		FÉDCB
39	右端を				↑ 1	↑ 2	↷ 3	FÉDCĊBA
40	左端を左へ					↓		FÉDCĊBA
41	右端を						↶	FÉĊ
42	左端を左へ			↓ 2	↓ 1			FEDC
43	右端を				↑ 1	↑ 3	↷ 2 ↷ 1	FEDĊĊB
44	左端を左へ				↓ 2	↓		FEDCB
45	右端を					↑ 1	↷ 2	FEDĊĊBA
46	左端を左へ					↓		FEDCBA

[注意] 貫通状態 FÉDCĊBA は手順第14段階より操作(c↑)(b↷)a↷(a↑)  略記  
で得られる。

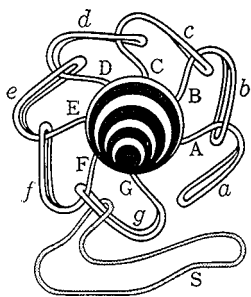


図4 7連環

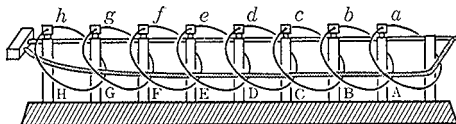


図5 8連環

竿は金属棒とひもからできている。

表5の表現は操作の段階にあわせて手順の番号をつけ、全操作を省かず記録してある。現在、市販品として7連環(図4)および8連環(図8)が容易に入手できるので、その解法表6、表9(142-3頁)を掲載しておく。

表6 7連環のひものとり方

手順	g	f	e	d	c	b	a	状態	手順	g	f	e	d	c	b	a	状態	
0								G	18							$\uparrow$	GFED	
1	$\uparrow$ <sub>1</sub>						$\downarrow$ <sub>5</sub> $\uparrow$ <sub>3</sub>	$\overline{2}$ <sub>4</sub>	19					$\uparrow$ <sub>1</sub>		$\downarrow$ <sub>5</sub> $\uparrow$ <sub>3</sub>	$\overline{2}$ <sub>4</sub>	GFEDCB
2						$\uparrow$ <sub>1</sub> $\downarrow$ <sub>2</sub>	$\downarrow$ <sub>4</sub>	$\overline{3}$	20					$\uparrow$ <sub>1</sub> $\downarrow$ <sub>2</sub>	$\downarrow$ <sub>4</sub>	$\overline{3}$	GFEDCBA	
3					$\downarrow$ <sub>2</sub>		$\uparrow$ <sub>1</sub>	GFEDC	21					$\downarrow$ <sub>3</sub> $\downarrow$ <sub>2</sub>		$\uparrow$ <sub>1</sub>	GFEDC	
4				$\uparrow$ <sub>1</sub>	$\uparrow$ <sub>2</sub>	$\downarrow$ <sub>7</sub> $\downarrow$ <sub>6</sub>	$\uparrow$ <sub>4</sub>	$\overline{3}$ <sub>5</sub>	22					$\uparrow$ <sub>1</sub> $\downarrow$ <sub>6</sub>	$\downarrow$ <sub>5</sub> $\uparrow$ <sub>3</sub>	$\overline{2}$ <sub>4</sub>	GFEDCB	
5						$\uparrow$ <sub>1</sub>	$\downarrow$ <sub>3</sub>	$\overline{2}$	23					$\uparrow$ <sub>1</sub>	$\downarrow$ <sub>3</sub>	$\overline{2}$	GFEDCBA	
6				$\downarrow$ <sub>2</sub>			$\uparrow$ <sub>1</sub>	GFED	24	$\downarrow$ <sub>3</sub> $\downarrow$ <sub>2</sub>						$\uparrow$ <sub>1</sub>	GF	
7		$\uparrow$ <sub>1</sub>	$\uparrow$ <sub>2</sub>			$\downarrow$ <sub>6</sub> $\uparrow$ <sub>4</sub>	$\overline{3}$ <sub>5</sub>	GFEDCB	25 37	表5の1~24の操作							GFE	
8					$\uparrow$ <sub>1</sub>	$\downarrow$ <sub>2</sub>	$\downarrow$ <sub>4</sub>	$\overline{3}$	38 44	表5の25~36の操作							GFED	
9					$\downarrow$ <sub>3</sub>	$\downarrow$ <sub>2</sub>		$\uparrow$ <sub>1</sub>	45 47	表5の37~42の操作							GFEDC	
10					$\uparrow$ <sub>1</sub> $\downarrow$ <sub>6</sub>	$\downarrow$ <sub>5</sub> $\uparrow$ <sub>3</sub>	$\overline{2}$ <sub>4</sub>	GFEDCB	48	表5の43, 44の操作							GFEDCB	
11						$\uparrow$ <sub>1</sub>	$\downarrow$ <sub>3</sub>	$\overline{2}$	49	表5の45, 46の操作							GFEDCBA	
12							$\uparrow$ <sub>1</sub>	GFEDCBA										
13		$\uparrow$ <sub>1</sub>	$\uparrow$ <sub>2</sub>			$\downarrow$ <sub>6</sub> $\uparrow$ <sub>4</sub>	$\overline{3}$ <sub>5</sub>	GFEDCB										
14						$\uparrow$ <sub>1</sub> $\downarrow$ <sub>2</sub>	$\downarrow$ <sub>4</sub>	$\overline{3}$										
15						$\downarrow$ <sub>2</sub>		$\uparrow$ <sub>1</sub>										
16				$\uparrow$ <sub>1</sub>	$\uparrow$ <sub>2</sub>	$\downarrow$ <sub>7</sub> $\downarrow$ <sub>6</sub>	$\uparrow$ <sub>4</sub>	$\overline{3}$ <sub>5</sub>										
17						$\uparrow$ <sub>1</sub>	$\downarrow$ <sub>3</sub>	$\overline{2}$										

[注意] 貫通状態 GFEDCBA   略記  
 は手順第16段階より操作( $\uparrow$ b) $\overline{a}$ ( $\uparrow$ a)で得られる。  
 上表は基本7連環の解法を示したものであるが、図4にもそのまま適用できる。

表7 多連環の環数と操作数

環の数	手順数	aを回る数	輪の穴を通す数		
			始→はずす	始→貫通	貫通→はずす
2	1 (3)	1 (2)	2 (4)	2 (1)	2[10] (3)
3	4 (6)	3 (4)	6 (8)	3 (3)	5[101] (5)
4	10 (12)	7 (8)	14 (16)	6 (5)	10[1010] (11)
5	22 (24)	15 (16)	30 (32)	11 (11)	21[10101] (21)
6	46 (48)	31 (32)	62 (64)	22 (25)	42[101010] (43)
7	94 (96)	63 (64)	126 (128)	47 (41)	85[1010101] (85)
8	190	127	254	88	170[10101010]

〔注意〕 ( )内の数字は階差, [ ]内の数字は2進数表示。

多連環の環の個数と操作数との関係を表7にまとめておく。ひもが各輪の穴を通過している状態を貫通と書いたが、これがチャイニーズ・リングの始めの状態である。この貫通状態からひもをはずすのに必要なひもの穴通しの数は表の右端に与えられている。これらの数字の2進法表示の桁数が環の個数と一致することはよく知られている。これに対して、始めの状態からひもをはずすのに必要なひもの穴通しの数(右から3つ目の欄)は環の個数だけ1を並べた2進数、たとえば5連環では11111であるが、これを10進数に換算して得られる数31から1を引いたものに等しいことは注目される。

### 5. 非直列型多連環

直列型の多連環について説明したが、非直列型の多連環も簡単に言及しておく。3連環では図6の3種類(a), (b), (c)が考えられるが、(a), (b)は実質的には2連環と同じである。(c)のみが非直列型3連環であって、 $\overline{[C]} - (\uparrow c)(\uparrow b)\hat{a}(b\downarrow)(c\downarrow) \rightarrow \overline{[CA]} - (b\uparrow)\hat{a}(\downarrow b) \rightarrow$ ひもがとれる。

4連環の非直列型は多い。その一部を図7に示す。すべて直列型ほど解く手数はいらないが、直列型よりやや解きにくい。たとえば、図7の最後は  $\overline{[D]} - (\uparrow d)\hat{a}(c\uparrow)\hat{a}(\uparrow b)\hat{a}(b\downarrow)(c\downarrow)(d\downarrow) \rightarrow \overline{[DCB]} - (\uparrow c)(b\uparrow)\hat{a}(\downarrow b)\hat{a}(c\uparrow)$

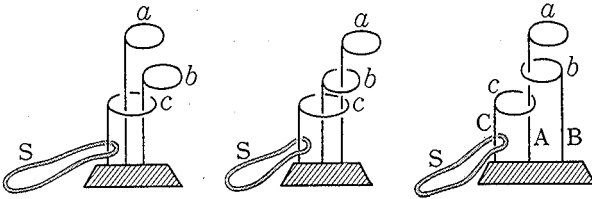


図6 非直列型3連環

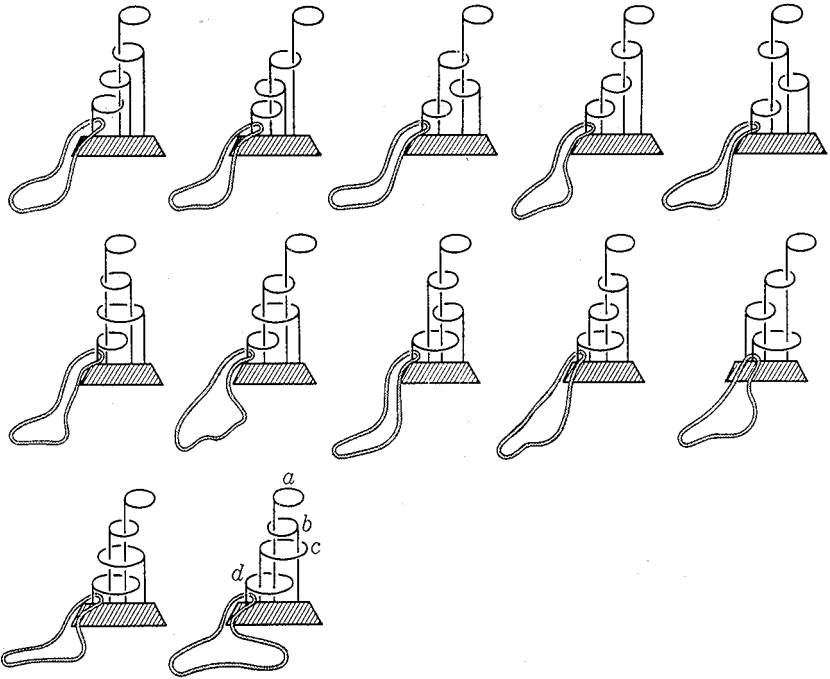


図7 非直列型4連環の一部

→ DCBA となって解ける。

あとがき

子どものとき与えられたチャイニーズ5連環は竿の貫通状態から解くよう指

示されているが、どうして竿を一端によせた状態、すなわち E から始めないのか不思議に思い、人に尋ねたが、納得する説明は受けられなかった。

「考える遊び」として、おもに数学パズルを取上げることにきめ、中公新書「数理パズル」を見た。チェーンズ・リングは2進法で最少手数解が得られることを知った。そして、子どもの時の疑問も2進法で解消することがわかった。結果、自信をもって本冊子を提供できたのである。

非直列型の多連環が多く作られることは、まえがきにした学校教材としての条件を充分備えており、今後、大いに活用されるようになるのではないかと思う。なお、まえがきに述べた発展・応用の一例を最近、友人から知らされたので、それを書き足しておく。

それは3連環と穴のあいた木片を組合せたもので、ひもをはずすのである。

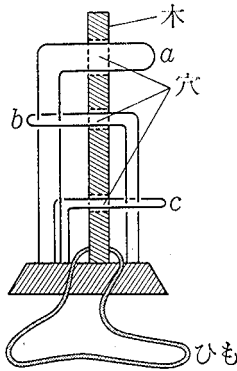


図 8

表8 8連環のひものとり方

手順	h	g	f	e	d	c	b	a	状態	手順	h	g	f	e	d
0									H	21					↓ 3
1	↑ 1						↓ 5 ↑ 3	2 4	HGFÈ DCB	22					
2						↑ 1	↑ 2 ↓ 4	3	HGFÈ DCBA	23					
3						↓ 2		↑ 1	HGFÈ DC	24			↓ 2		
4					↑ 1	↑ 2 ↓ 7	↓ 6 ↑ 4	3 5	HGFÈ DCB	25		↑ 1	↑ 2		
5							↑ 1 ↓ 3	2	HGFÈ DCBA	26					
6					↓ 2			↑ 1	HGFÈ D	27					
7				↑ 1	↑ 2		↓ 6 ↑ 4	3 5	HGFÈ DCB	28					↑ 1
8						↑ 1	↑ 2 ↓ 4	3	HGFÈ DCBA	29					
9					↓ 3	↓ 2		↑ 1	HGFÈ DC	30					↓ 2
10						↑ 1 ↓ 6	↓ 5 ↑ 3	2 4	HGFÈ DCB	31				↑ 1	↑ 2
11							↑ 1 ↓ 3	2	HGFÈ DCBA	32					
12				↓ 2				↑ 1	HGFÈ	33					↓ 3
13			↑ 1	↑ 2			↓ 6 ↑ 1	3 5	HGFÈ DCB	34					
14						↑ 1	↑ 2 ↓ 4	3	HGFÈ DCBA	35					
15						↓ 2		↑ 1	HGFÈ DC	36			↓ 3	↓ 2	
16					↑ 1	↑ 2 ↓ 7	↓ 6 ↑ 4	3 5	HGFÈ DCB	37				↑ 1	
17							↑ 1 ↓ 3	2	HGFÈ DCBA	38					
18				↓ 3	↓ 2			↑ 1	HGFÈ D	39					
19					↑ 1		↓ 5 ↑ 3	2 4	HGFÈ DCB	40					↑ 1
20						↑ 1	↑ 2 ↓ 4	3	HGFÈ DCBA	41					

c	b	a	状態	手順	h	g	f	e	d	c	b	a	状態
↓ 2		↑ 1	HGFÉ DC	42				↓ 3	↓ 2			↑ 1	HGFÉ D
↑ 1	↓ 6	↓ 5	↑ 3	↑ 4	HGFÉ DCB	43			↑ 1		↓ 5	↑ 3	HGFÉ DCB
	↑ 1	↓ 3	↑ 2	HGFÉ DCBA	44					↑ 1	↑ 2	↓ 4	HGFÉ DCBA
		↑ 1	HGF	45					↓ 3	↓ 2		↑ 1	HGFÉ DC
	↓ 6	↑ 4	↑ 5	HGFÉ DCB	46				↑ 1	↓ 6	↓ 5	↑ 3	HGFÉ DCB
↑ 1	↑ 2	↓ 4	↑ 3	HGFÉ DCBA	47						↑ 1	↓ 3	HGFÉ DCBA
↓ 2		↑ 1	HGFÉ DC	48	↓ 3	↓ 2						↑ 1	HG
↑ 2	↓ 7	↓ 6	↑ 1	↑ 5	HGFÉ DCB	49 73	表 6 の 1 ~ 24 の操作						HGF
	↑ 1	↓ 3	↑ 2	HGFÉ DCBA	74 86	表 5 の 1 ~ 24 の操作						HGFÉ	
		↑ 1	HGFÉ D	87 93	表 5 の 25 ~ 36 の操作						HGFÉ D		
↑ 1	↑ 2	↓ 4	↑ 3	HGFÉ DCBA	94 96	表 5 の 37 ~ 42 の操作						HGFÉ DC	
↓ 2		↑ 1	HGFÉ DC	97	表 5 の 43, 44 の操作						HGFÉ DCB		
↑ 1	↓ 6	↓ 5	↑ 3	↑ 4	HGFÉ DCB	98	表 5 の 45, 46 の操作						HGFÉ DCBA
	↑ 1	↓ 3	↑ 2	HGFÉ DCBA									
		↑ 1	HGFÉ										
	↓ 5	↑ 3	↑ 4	HGFÉ DCB									
↑ 1	↑ 2	↓ 4	↑ 3	HGFÉ DCBA									
↓ 2		↑ 1	HGFÉ DC										
↑ 2	↓ 7	↓ 6	↑ 1	↑ 5	HGFÉ DCB								
	↑ 1	↓ 3	↑ 2	HGFÉ DCBA									

(注意) 貫通状態 HGFÉDCBA は手順第32  
 段階より操作(b↑)(a↑)で得られ  
 る。

上表は基本 8 連環の解法を示したものである  
 が、図 5 にもそのまま適用できる。